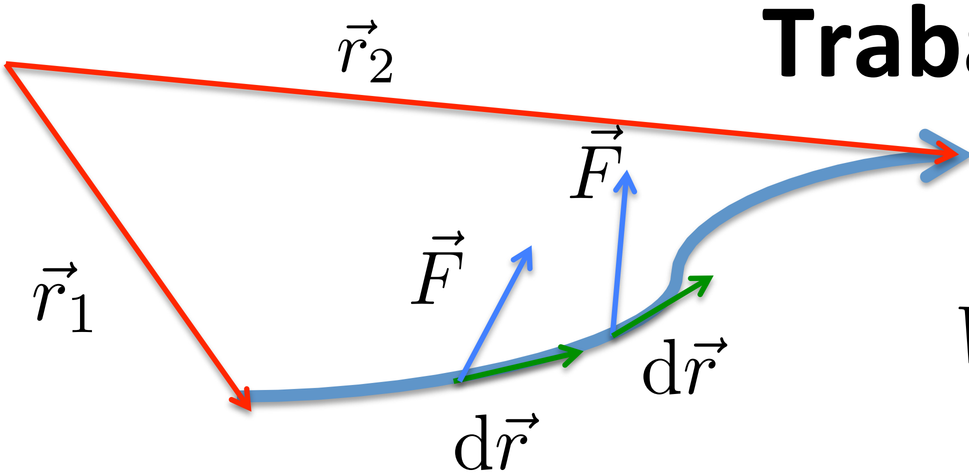
Potenciales y energías

Luis A. Núñez

Esc. Física

Universidad Industrial de Santander

Trabajo

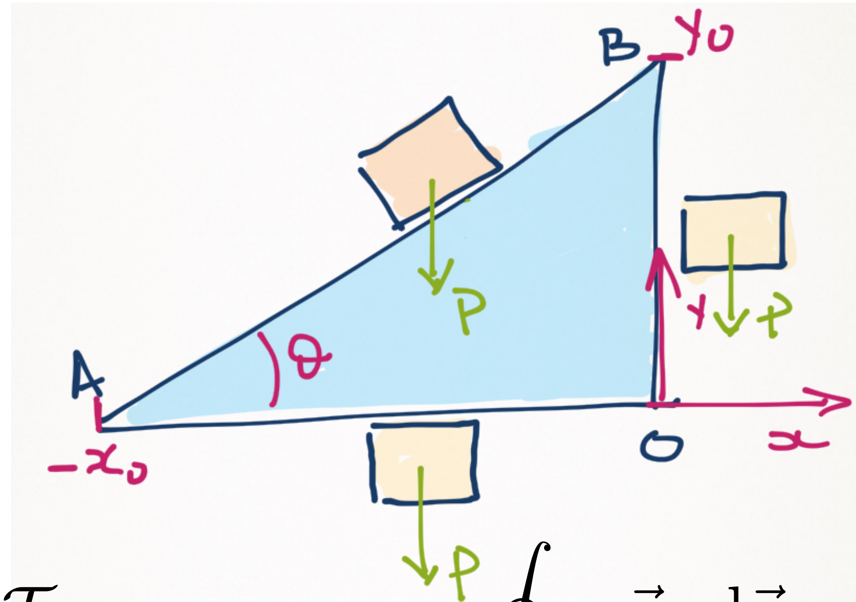


$$W = \mathcal{T} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$\mathcal{T} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \left(F_x \hat{\imath} + F_y \hat{\jmath} + F_z \hat{k} \right) \cdot \left(\hat{\imath}\mathrm{d}x + \hat{\jmath}\mathrm{d}y + \hat{k}\mathrm{d}z \right)$$

$\vec{F} = 3\hat{\imath} + 7\hat{\jmath}$ Mueve un cuerpo de $\vec{r}_1 = 3\hat{\imath} \quad \rightarrow \quad \vec{r}_2 = 3\hat{\jmath}$

- Por una línea recta
- Por un arco de circunferencia



¿Gravedad conservativa?

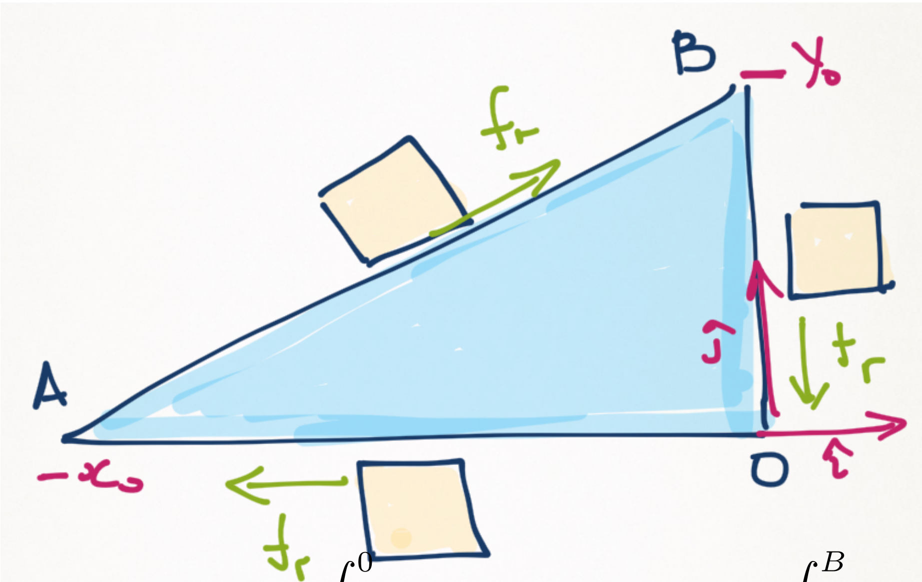
$$\mathcal{T}_{g\ A\to 0\to B\to A} = \oint m\vec{g}\cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$\mathcal{T}_{g\ A\to 0\to B\to A} = \oint m\vec{g}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \oint mg(-\hat{\jmath})\cdot(\hat{\imath}\mathrm{d}x + \hat{\jmath}\mathrm{d}y) = \oint -mg\mathrm{d}y$$

$$\mathcal{T}_{g\ A\to 0\to B\to A} = \underbrace{0}_{A\to 0}\overbrace{-\int_0^{y_0} mg\,\mathrm{d}y}^{0\to B}\underbrace{-\int_{y_0}^{0} mg\,\mathrm{d}y}_{B\to A} = 0$$

$$\mathcal{T}_{g\ A\to 0\to B\to A} = \oint m\vec{g}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = 0$$

¿Fricción disipativa?



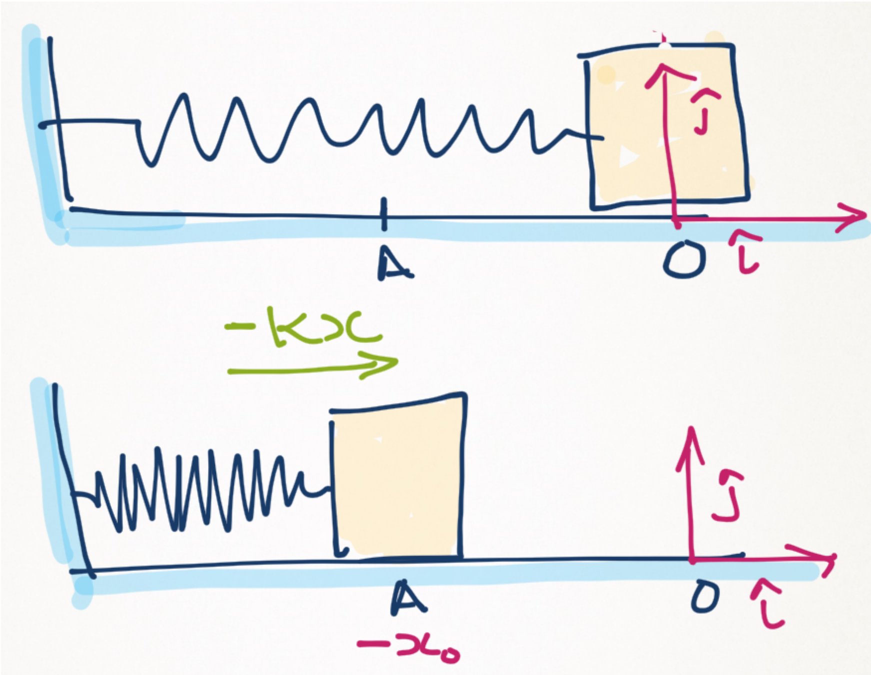
$$\mathcal{T}_{g\ A\to 0\to B\to A} = \oint \vec{f}_r \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$\mathcal{T}_{f_r\ A\to 0\to B\to A} = \int_A^0 f_r(-\hat{\imath})\cdot(\hat{\imath}\mathrm{d}x + \hat{\jmath}\mathrm{d}y) + \int_0^B f_r(-\hat{\jmath})\cdot(\hat{\imath}\mathrm{d}x + \hat{\jmath}\mathrm{d}y) + \int_B^A f_r(\cos(\theta)\hat{\imath} + \mathrm{sen}(\theta)\hat{\jmath})\cdot(\hat{\imath}\mathrm{d}x + \hat{\jmath}\mathrm{d}y)$$

$$\mathcal{T}_{f_r\ A\to 0\to B\to A} = \int_{-x_0}^0 -f_r\mathrm{d}x + \int_0^{y_0} -f_r\mathrm{d}y + \int_0^{-x_0} f_r\mathrm{d}x\left(\frac{x_0}{\sqrt{x_0^2+y_0^2}} + \frac{y_0^2}{x_0\sqrt{x_0^2+y_0^2}}\right)$$

$$y = \frac{y_0}{x_0}x + y_0 \qquad \Rightarrow \mathrm{d}y = \frac{y_0}{x_0}\mathrm{d}x$$

$$\mathcal{T}_{g\ A\to 0\to B\to A} = -f_r x_0 - f_r y_0 - f_r\sqrt{x_0^2+y_0^2}$$



¿Elástica conservativa?

$$\mathcal{T}_{-kx\ 0\to A\to 0} = \oint -k\vec{x}\cdot \mathrm{d}\vec{x}$$

$$\mathcal{T}_{-kx\ 0\to A\to 0} = \int_0^{-x_0} -kx(\hat{\imath})\cdot\hat{\imath}\mathrm{d}x + \int_{-x_0}^{0} -kx(\hat{\imath})\cdot\hat{\imath}\mathrm{d}x = 0$$

$$\mathcal{T}_{-kx\ 0\to A\to 0} = \oint -k\vec{x}\cdot \mathrm{d}\vec{x} = 0$$

Escuela de Física
Universidad industrial de Santander
Grupo Halley
Astronomía y Ciencias Aeroespaciales
Complejo Astronómico
Grupo Halley

Energías Potenciales

$$\mathcal{T}_{g\ A\to B} = -mg\ \mathrm{sen}(\theta) d_{A\to B} = -mg\ \ y\big|_A^B = -\Delta U_g$$

$$\mathcal{T}_{kx\ A\to B} = \int_A^B -kx\ \mathrm{d}x = -\frac{1}{2}k\ x^2\big|_A^B = -\Delta U_k$$

$$mg\ y\big|_0^B = \Delta U_g \quad \Rightarrow U_g(x) = mgy \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{\mathrm{d}U_g(y)}{\mathrm{d}y}\hat{\jmath} = -mg\hat{\jmath}$$

$$\frac{1}{2}k\ x^2\big|_0^B = \Delta U_k \quad \Rightarrow U_k(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{\mathrm{d}U_k(x)}{\mathrm{d}x}\hat{\imath} = -kx\hat{\imath}$$

$$-\vec{\nabla}U_{\vec{F}}(x,y) \equiv -\left(\frac{\partial U_{\vec{F}}(x,y)}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial U_{\vec{F}}(x,y)}{\partial y}\hat{\jmath}\right) = \vec{F}$$

Energía Mecánica

$$\mathcal{T} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\bar{r} = \frac{1}{2} m v_{\vec{r}_2}^2 - \frac{1}{2} m v_{\vec{r}_1}^2 = \Delta E_c$$

Si sólo existe la fuerza de gravitación

$$\mathcal{T} = -\Delta U_g \quad \Rightarrow -\Delta U_g = \Delta E_c \quad \Rightarrow 0 = \Delta U_g + \Delta E_c$$

$$E_m = U_{m\vec{g}} + E_c$$

Para el caso general, en presencia de varias fuerzas conservativas que realicen trabajo

$$E_m = U_{\vec{F}_1} + \cdots + U_{\vec{F}_N} + E_c = const$$

Para el caso general, en presencia de fuerzas disipativas y conservativas que realicen trabajo

$$0 = \Delta U_{\vec{F}_1} + \cdots + \Delta U_{\vec{F}_N} + \Delta E_c \underbrace{- \mathcal{T}_{disipativa}}_{\Delta E_m}$$

Escuela de Física

Universidad Industrial de Santander

Grupo Halley

Astronomía y Ciencias Aeroespaciales

COMPLEJO ASTRONÓMICO

Grupo Halley