

Matemáticas Avanzadas

Tarea

Fecha de entrega **29 Octubre**

1. En un artículo reciente¹ se describe con detalle el lanzamiento del martillo en competencias olímpicas. Como muestra la Figura 1, los atletas realizan un movimiento de rotación y traslación². Otras publicaciones presentan un estimado de las variaciones de los valores de las velocidades angulares y tangenciales del martillo³, como se muestra en la Fig 2. En base a toda esta información simule la evolución del vector posición del martillo respecto a un sistema de coordenadas fijo al piso. Justifique sus aproximaciones.

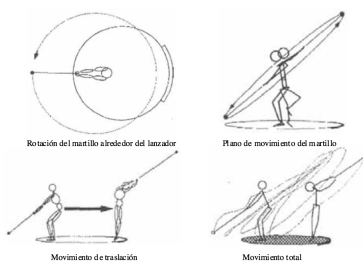


Figura 1: Evolución del lanzamiento del martillo

2. Como estamos casi listos para las olimpiadas de Brasil ⁴ Seleccionar alguno de los deportes allí expuestos y:
 - a) Identificar la ecuación diferencial que modela el sistema que han escogido
 - b) Integrarla para algunas condiciones iniciales mas o menos reales

¹J. Bermejo-Frutos (2014) **Retos. Descripción de la biomecánica del lanzamiento de martillo** *Nuevas tendencias en Educación Física, Deporte y Recreación* 25 : pp. 124-130

²M. Gutiérrez y V.M. Soto, (2001). **Análisis biomecánico de los lanzamientos en atletismo. Análisis biomecánico del lanzamiento de martillo** *Investigación en Ciencias del Deporte*, 1. CSD: Madrid pp. 8-49; Citado por J. Bermejo-Frutos *op cite*

³K. Bartonietz (1994) **A biomechanical analysis of throws with different weight and length hammers.** *Modern Athlete and Coach*, **32** 4: 33-36.

⁴ Estamos en la tónica de los deportes olímpicos y consultamos un par de referencias

- Spathopoulos, Vassilios McInnes. ^A physics heptathlon: simple models of seven sporting events." *Physics Education* 45, no. 6 (2010): 594.
- Frohlich, Cliff. Resource letter PS-2: physics of sports. ^American Journal of Physics 79, no. 6 (2011): 565-574.

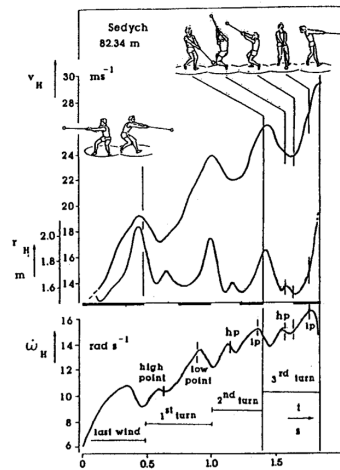


FIG. 2: Time related changes of the velocity, radius and angular velocity of the hammer.

Figura 2: Velocidades del lanzamiento del martillo

c) Discutir los resultados con la bibliografía que tienen disponible

3. **Las misteriosas rocas andantes del Valle de la Muerte.** En un reciente artículo⁵ realizan medidas y proponen una posible solución al misterio de las rocas andantes del Valle de la Muerte en California. La pregunta de cuáles son los efectos que mueven las rocas de este valle desértico se viene repitiendo por décadas⁶ y las primeras medidas que registran el movimiento de las rocas han sido tomadas, este año por Norris y colaboradores. Estos autores colocaron GPS en varias rocas y estudiaron su desplazamiento. Ellos muestran que, aparentemente, las rocas se mueven sobre láminas de hielo que se quiebran y deslizan.

- Algunas de las medidas surgidas en estos años han estimado que el coeficiente de fricción estático en $\mu_e \approx 0,15$. Estime la fuerza (¿máxima?) necesaria para iniciar y luego mantener en movimiento algunas de las rocas “instrumentadas” que aparecen en la Tabla 1 del artículo de Norris y colaboradores.
- El módulo de la fuerza de fricción en un fluido sobre un cuerpo que desliza con una velocidad v puede modelarse como $F_f = C\rho Av^2/2$. Donde C es un coeficiente de resistencia que depende de la forma del cuerpo, ρ la densidad del fluido

⁵Norris, R. D., Norris, J. M., Lorenz, R. D., Ray, J., & Jackson, B. (2014). Sliding Rocks on Racetrack Playa, Death Valley National Park: First Observation of Rocks in Motion. *PloS one*, **9**(8), e105948. Disponible en <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4146553/> y reseñado en <http://www.nature.com/news/wandering-stones-of-death-valley-explained-1.15773>

⁶Shelton, J. S. (1953) Can Wind Move Rocks on Racetrack Playa? *Science* **117**, 438-439.

($\rho 1,21 \text{ Kg/m}^3$ en el Valle de la Muerte), y A el área de la sección transversal que el cuerpo ofrece al fluido.

- 1) A partir de los datos de las figuras 5 y 9 (y los datos en la tabla suplementaria 1) del artículo de Norris y colaboradores estime el producto de constantes CA . Discuta sobre los posibles errores de esta estimación.
- 2) Con los estimados anteriores haga un gráfico de la variación en el tiempo del coeficiente de fricción cinético para las rocas $A3$ y $A6$ del experimento de Norris y colaboradores. ¿cuál es el coeficiente cinético medio en intervalos de $1h$, $4h$ y $8h$