

Marcos de Referencia Inerciales y movimiento relativo

Luis A. Núñez

Esc. Física

Universidad Industrial de Santander

@nunezluis #Fis1UIS14

lnunez@uis.edu.co

Escuela
de Física



Universidad
industrial de
Santander

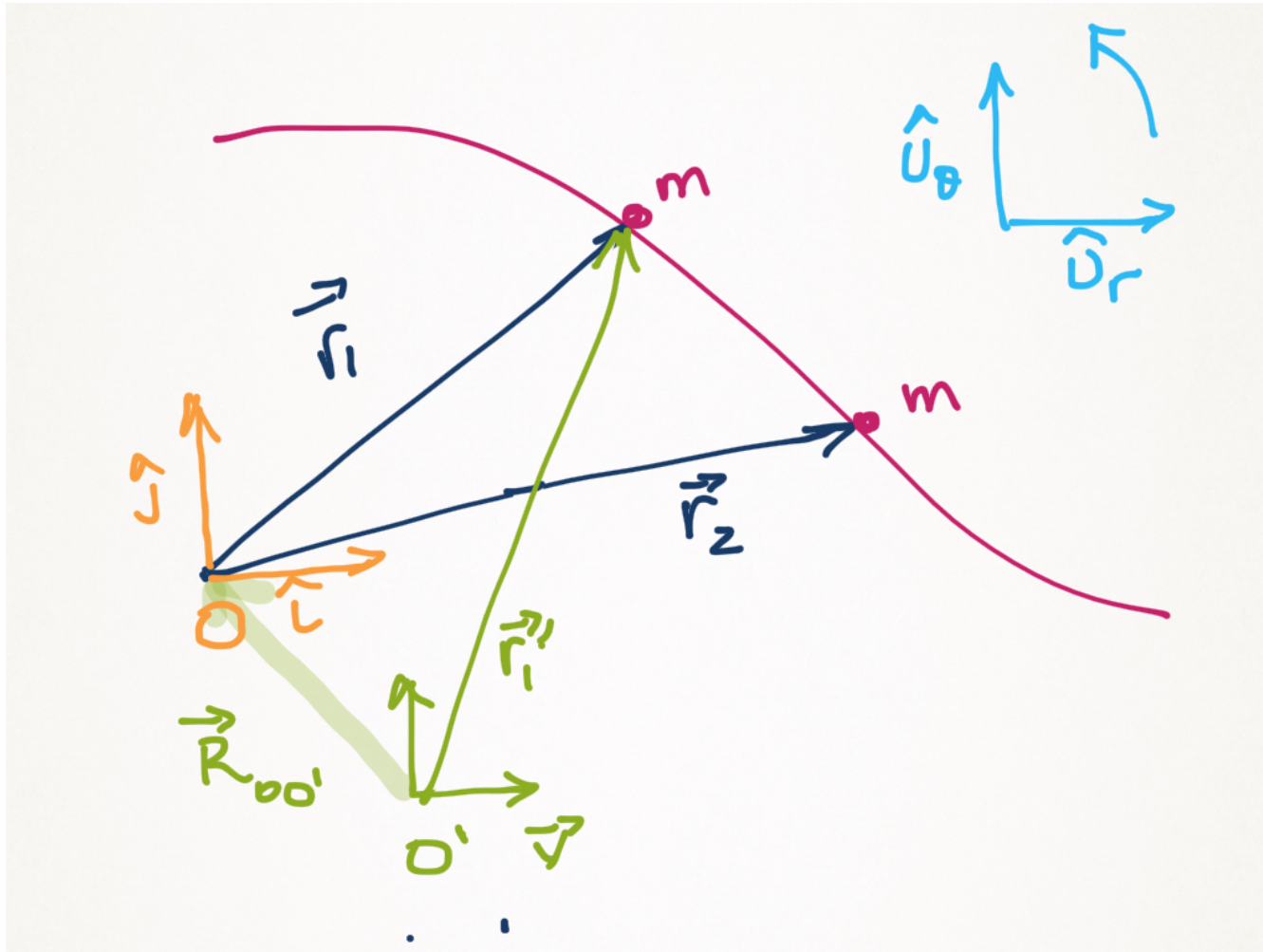
Grupo Halley
Astronomía y Ciencias Aeroespaciales



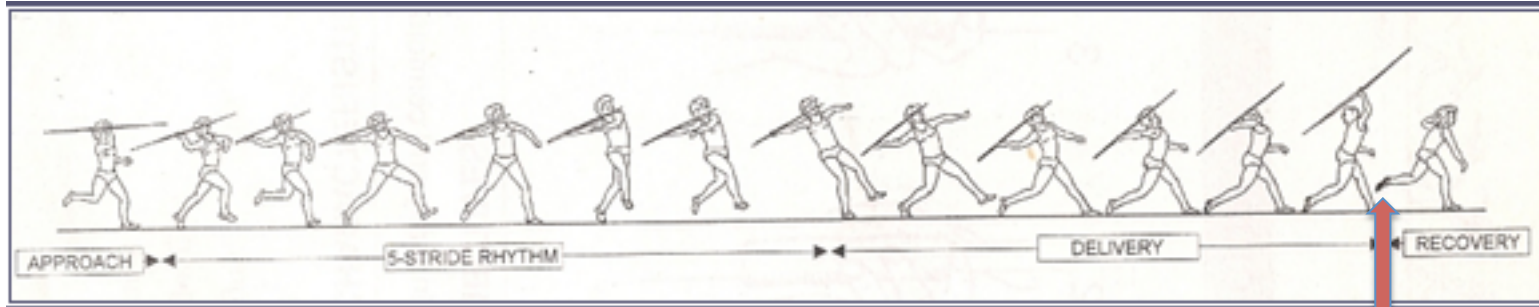
El índice

- Sistemas de referencia inerciales, no inerciales y las leyes de la Dinámica
- Transformaciones de Galileo
- Ejemplo lanzamiento de javalina

Los sistemas de referencia otra vez

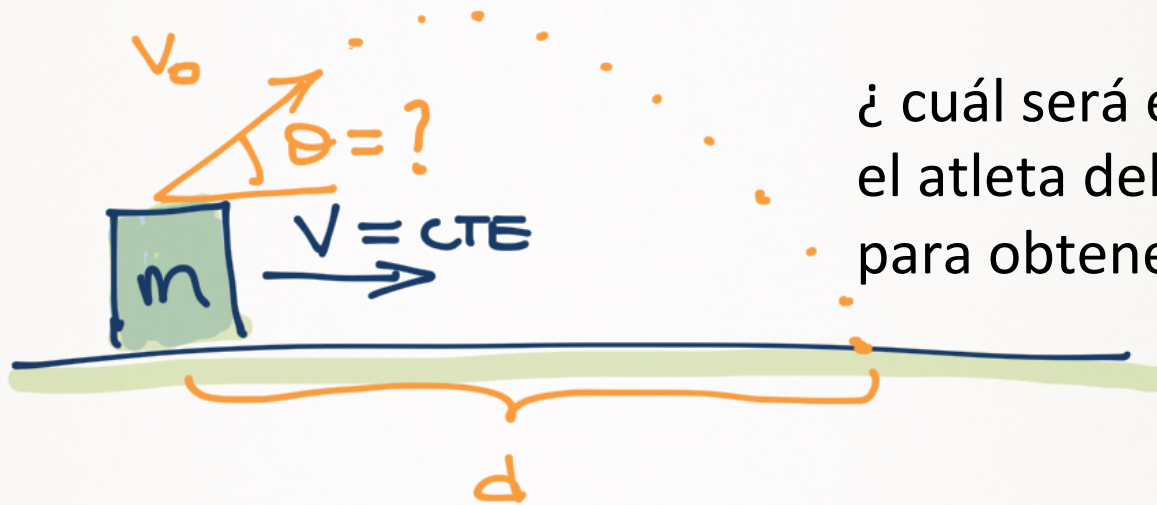


Javalina: Corre y lanza



<http://emulate.aponline.gov.in/PYKKA/UserInterface/VirtualCoach/VC/Athletics/Fundamental%20Techniques/jt.html>

http://en.wikipedia.org/wiki/Javelin_throw



¿cuál será el ángulo con el cual el atleta debe lanzar la javalina para obtener un alcance máximo?

Javalina: Corre y lanza

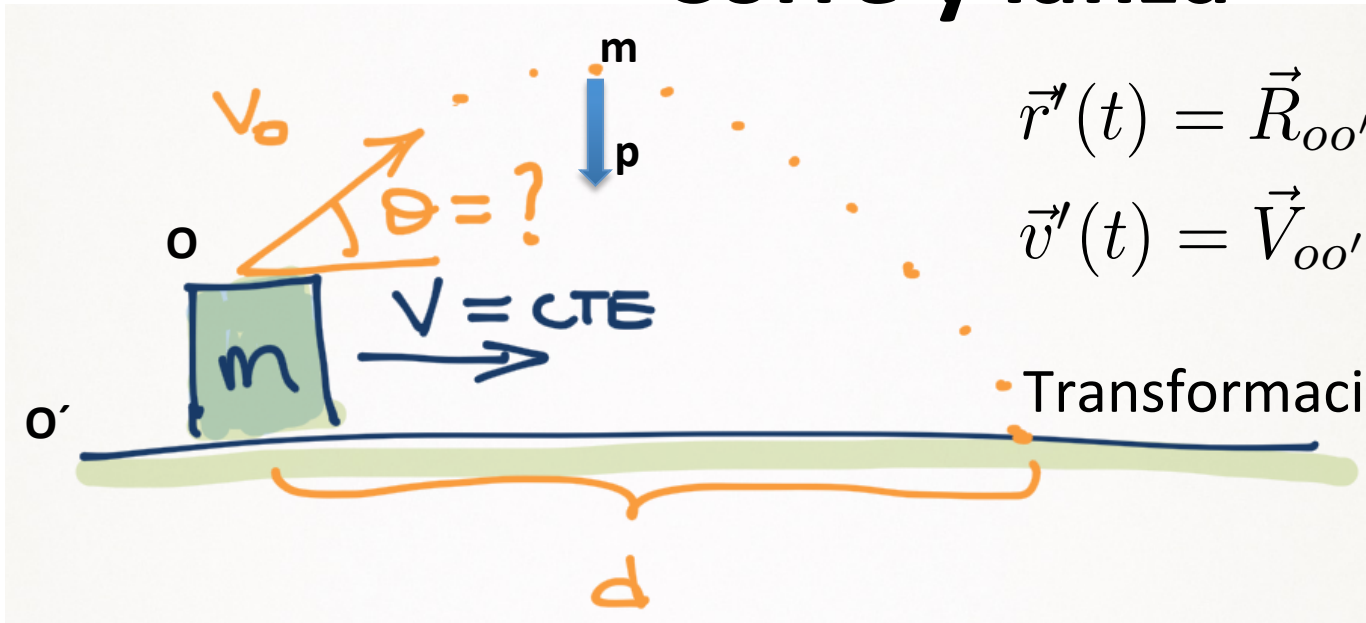
Para buscar información uno, típicamente, acude a wikipedia:

http://en.wikipedia.org/wiki/Javelin_throw

Y encuentra....

- Record mundial lo tiene Jan Železný (CZE) con 98,48m
- *At release, a javelin can reach speeds approaching 113 km/h (70 mph).*
- Algunos videos de lanzamiento
 - <https://www.youtube.com/watch?v=BtmXXvT7ESQ>
 - <https://www.youtube.com/watch?v=neSdgF8uaFs>

Corre y lanza



$$\vec{r}'(t) = \vec{R}_{oo'}(t) + \vec{r}(t)$$

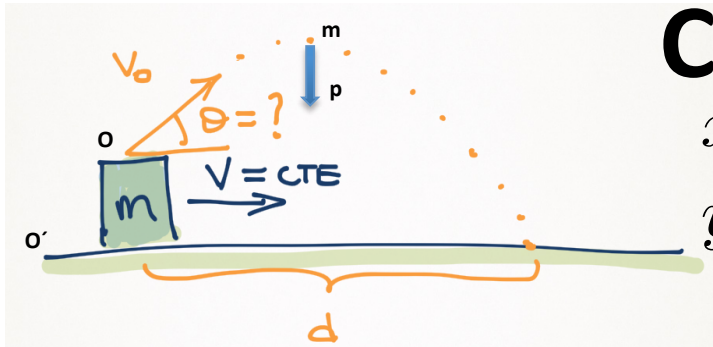
$$\vec{v}'(t) = \vec{V}_{oo'}(t) + \vec{v}(t)$$

Transformaciones de Galileo

$$x'(t) = X_{oo'}(t) + x(t) = V_{oo'}t + V_{0x}t$$

$$y'(t) = Y_{oo'}(t) + y(t) = V_{0y}t - g\frac{t^2}{2}$$

Transformaciones de Galileo para el movimiento parabólico



Corre y lanza

$$x'(t) = X_{oo'}(t) + x(t) = V_{oo'}t + V_{0x}t$$

$$y'(t) = Y_{oo'}(t) + y(t) = V_{0y}t - g\frac{t^2}{2}$$

$$d = (V_{oo'} + V_{0x})t$$

Respecto a O' (piso)

$$0 = l + V_{0y}t - g\frac{t^2}{2}$$

Respecto a O (atleta)

$$\theta = \arctan\left(\frac{V_{0y}}{V_{0x}}\right)$$

Ángulo Respecto a O (atleta)

$$\theta' = \arctan\left(\frac{V'_{0y}}{V'_{0x}}\right) = \arctan\left(\frac{V_{0y}}{V_{oo'} + V_{0x}}\right)$$

Ángulo Respecto a O' (piso)

$$d \approx 98.5m;$$

$$V'_0 = \sqrt{(V_{oo'} + V_{0x})^2 + (V_{0y})^2} \approx 113Km/h \approx 31.38m/s;$$

$$l \approx 2m$$

Suponiendo el alcance máximo respecto a O' (piso)

$$98.5 = (V_{oo'} + V_{0x}) t$$

$$0 = 2 + V_{0y} t - 9.8 \frac{t^2}{2}$$

$$(31.38)^2 = (V_{oo'} + V_{0x})^2 + (V_{0y})^2$$

$$1 = \left(\frac{V_{0y}}{V_{oo'} + V_{0x}} \right)$$

Nos quedan 4 ecuaciones con 4 incógnitas que
Lo resolvemos usando wxMaxima

<http://maxima.sourceforge.net>

<http://andrejv.github.io/wxmaxima/index.html>

wxMaxima File Edit Cell Maxima Equations Algebra Calculus Simplify Plot Numeric Window Help

Solve...
Solve (to_poly)...
Find Root...
Roots of Polynomial
Roots of Polynomial (bfloat)
Roots of Polynomial (Real)
Solve Linear System...
Solve Algebraic System...
Eliminate Variable...

Solve ODE...
Initial Value Problem (1)...
Initial Value Problem (2)...
Boundary Value Problem...

Solve ODE with Laplace...
At Value...

Solve algebraic system

Equation 1:

Equation 2:

Equation 3:

Equation 4:

Variables:

Cancel OK

Solve algebraic system

Number of equations:

Cancel OK

Solve algebraic system

Equation 1:

Equation 2:

Equation 3:

Equation 4:

Variables:

Cancel OK

untitled

```
(%i1) algsys([98.5= (Voo + V0x)*t, 0=2 + V0x*t -(9.8*t^2)/2, (31.8)^2=(Voo+V0x)^2 + (V0y)^2, 1= V0y/(Voo+V0x)], [t,Voo,V0x,V0y]);
(%o1) [[ t=- $\frac{985}{159\sqrt{2}}$ , Voo=- $\frac{654757}{156615\ 2^{3/2}}$ , V0x= $\frac{9305957}{156615\ 2^{3/2}}$ , V0y=- $\frac{159}{5\sqrt{2}}$  ], [ t= $\frac{985}{159\sqrt{2}}$ , Voo= $\frac{654757}{156615\ 2^{3/2}}$ , V0x= $\frac{9305957}{156615\ 2^{3/2}}$ , V0y= $\frac{159}{5\sqrt{2}}$  ]]
```

Solve algebraic system

```

1410Fisica1S2C2.wxm
(%i1) algsys([98.5= (Voo + V0x)*t, 0=2 + V0x*t -(9.8*t^2)/2, (31.8)^2=(Voo+V0x)^2 + (V0y)^2, 1= V0y/(Voo+V0x)], [t,Voo,V0x,V0y]);
(%o1) [[ t = -\frac{985}{159\sqrt{2}}, Voo = -\frac{654757}{156615\ 2^{3/2}}, V0x = -\frac{9305957}{156615\ 2^{3/2}}, V0y = -\frac{159}{5\sqrt{2}} ], [ t = \frac{985}{159\sqrt{2}}, Voo = \frac{654757}{156615\ 2^{3/2}}, V0x = \frac{9305957}{156615\ 2^{3/2}}, V0y = \frac{159}{5\sqrt{2}} ] ]

resolvemos el sistema de ecuaciones y seleccionamos a solución con tiempo positivo

(%i3) t:985/(159*sqrt(2)); Voo:654757/(156615*2^(3/2)); V0x:9305957/(156615*2^(3/2)); V0y:159/(5*sqrt(2));
(%o3) \frac{985}{159\sqrt{2}}
(%o4) \frac{654757}{156615\ 2^{3/2}}
(%o5) \frac{9305957}{156615\ 2^{3/2}}
(%o6) \frac{159}{5\sqrt{2}}

tiempo de vuelo

(%i11) float(t);
(%o11) 4.38050427338836

Velocidad relativa

(%i12) float(Voo);
(%o12) 1.478093141555279

Velocidad lanzamiento en x

(%i13) float(V0x);
(%o13) 21.00790250017693

Velocidad lanzamiento en y

(%i14) float(V0y);
(%o14) 22.48599564173221

ángulo de lanzamiento respecto al atleta

(%i21) theta : atan(V0y/(V0x));
(%o21) atan\left(\frac{9960714}{9305957}\right)

y ciertamente es un poco mayor que pi/4

(%i22) float(%);float(3.1416/4);
(%o22) .8193690093945032

```