

# De la dinámica a la cinemática

Luis A. Núñez

*Esc. Física*

*Universidad Industrial de Santander*

@nunezluis #Fis1UIS14

lnunez@uis.edu.co

Escuela  
de Física



Universidad  
industrial de  
Santander

**Grupo Halley**  
Astronomía y Ciencias Aeroespaciales



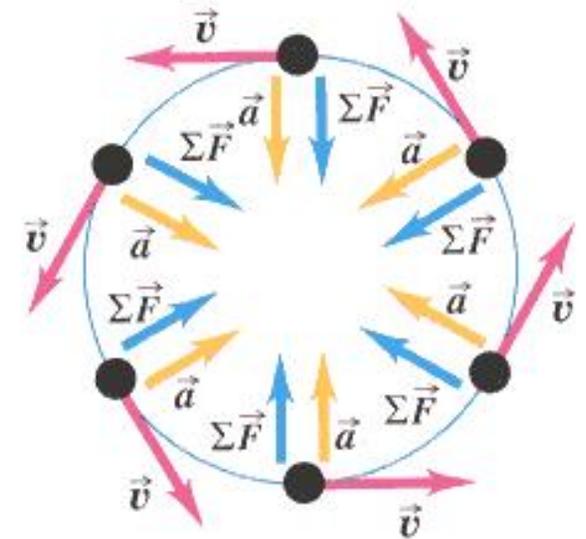
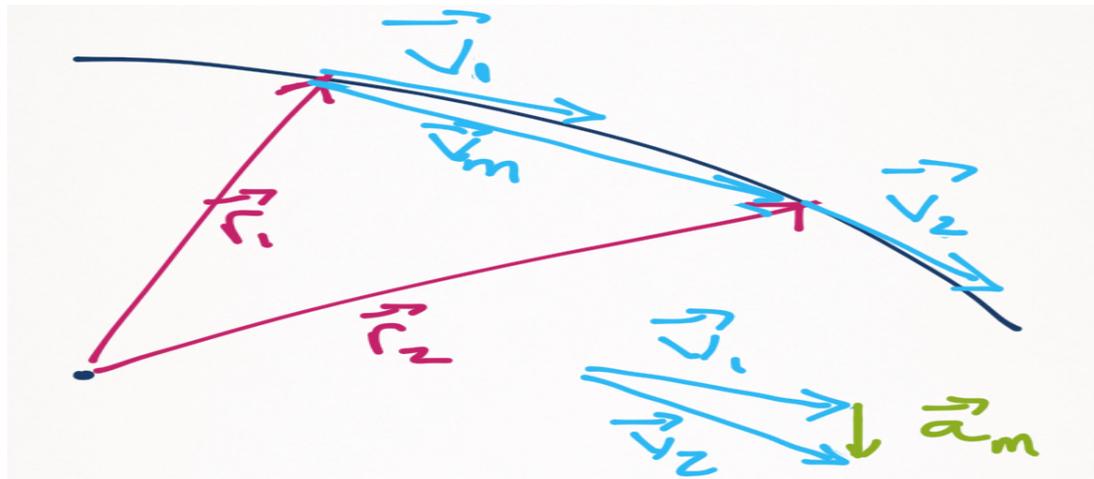
# Definiciones

aceleración  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$

Cambio de la velocidad en el tiempo

Velocidad es un vector: módulo, dirección y sentido

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$



# De la aceleración a la velocidad

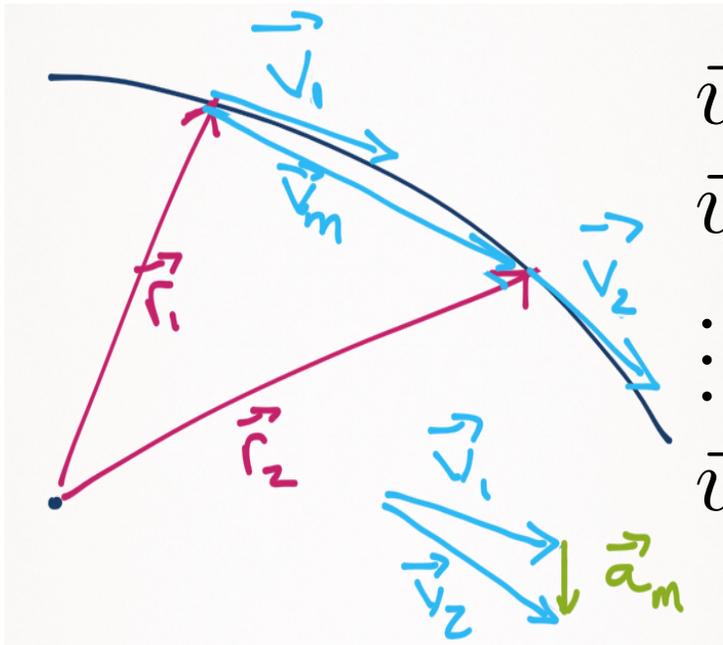
$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{a}_m (t_2 - t_1)$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{a}_{m1} (t_2 - t_1)$$

$$\vec{v}_3 = \vec{v}_2 + \vec{a}_{m2} (t_3 - t_2)$$

$$\vec{v}_4 = \vec{v}_3 + \vec{a}_{m3} (t_4 - t_3)$$

$$\vdots$$
$$\vec{v}_n = \vec{v}_{n-1} + \vec{a}_{m_{n-1}} (t_n - t_{n-1})$$



# De la velocidad a la posición

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{v}_m (t_2 - t_1)$$

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{v}_{m1} (t_2 - t_1)$$

$$\vec{r}_3 = \vec{r}_2 + \vec{v}_{m2} (t_3 - t_2)$$

$$\vec{r}_4 = \vec{r}_3 + \vec{v}_{m3} (t_4 - t_3)$$

⋮

$$\vec{r}_n = \vec{r}_{n-1} + \vec{v}_{m_{n-1}} (t_n - t_{n-1})$$

# De la aceleración a la posición

$$\vec{a}_n = \frac{\left( \sum_{i=1}^N \vec{F}_i^{Externas} \right)_n}{M}$$

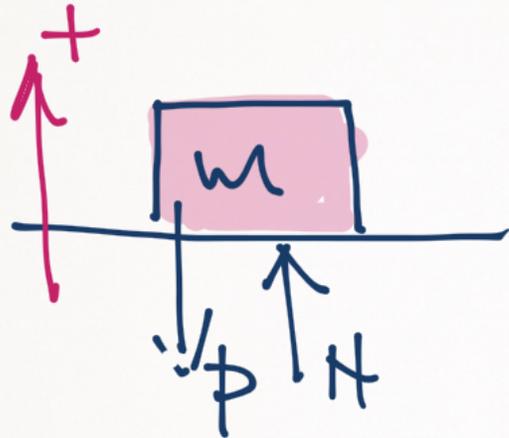
$$\vec{v}_n = \vec{v}_{n-1} + \vec{a}_n (t_n - t_{n-1})$$

$$\vec{r}_n = \vec{r}_{n-1} + \vec{v}_n (t_n - t_{n-1})$$

Es necesario conocer la velocidad y la posición inicial

$$\vec{v}_0 \quad \vec{r}_0$$

# De la fuerza a la aceleración

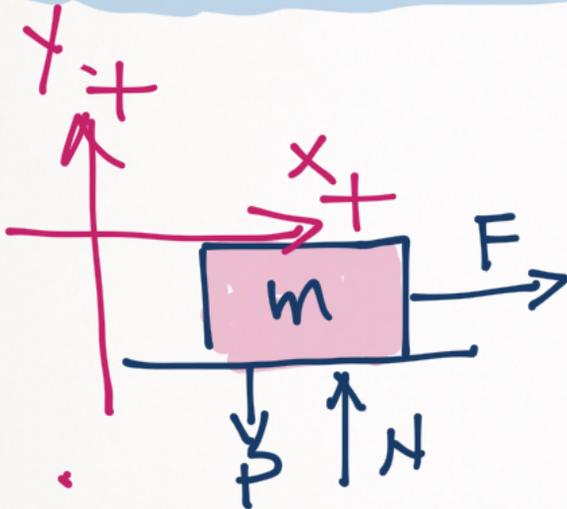


$$\vec{N} + \vec{p} = 0$$

$$N - p = 0$$

$$\rightarrow a = 0$$

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i^{Ext} = cte = m\vec{a}$$

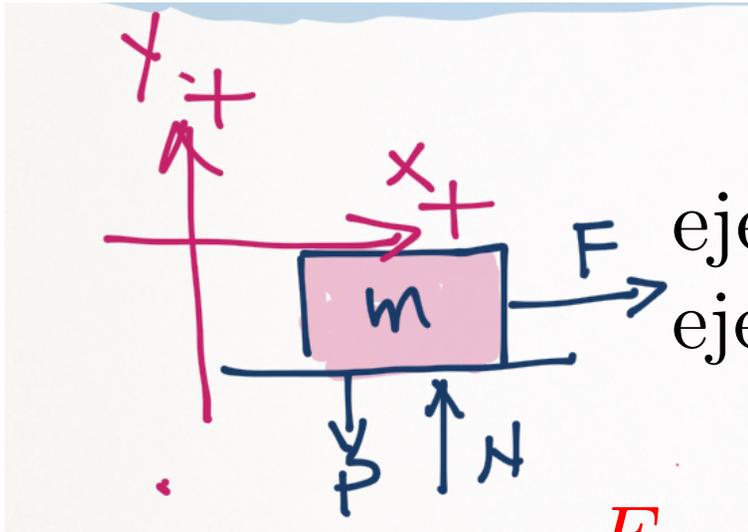


$$\vec{N} + \vec{p} + \vec{F} = 0$$

eje  $y$  :  $N - p = 0$

eje  $x$  :  $F = ma_x$

$$\rightarrow a_x = \frac{F}{m}$$



eje  $y$  :  $N - p = 0$   
 eje  $x$  :  $F = ma_x \rightarrow a_x = \frac{F}{m}$

$$cte = a_x = \frac{F}{m} = \frac{dv_x}{dt}$$

$$v_x = \int_0^t a_x dt = v_0 + a_x t$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

$$x = \int_0^t v_x dt = x_0 + v_x t$$

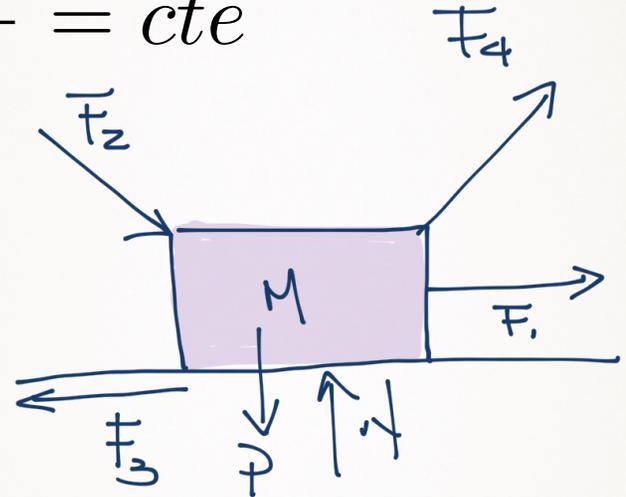
$$x = \int_0^t v_x dt = x_0 + v_x t = \int_0^t (v_0 + a_x t) dt = x_0 + v_0 t + a_x \frac{t^2}{2}$$

**En general**  $\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{F}_i^{Externas}}{M} = cte$

$$\vec{a}_x = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{F}_{i x}^{Externas}}{M}$$

$$\vec{a}_y = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{F}_{i y}^{Externas}}{M}$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$



$$v_x = \int_0^t a_x dt = v_{0x} + a_x t$$

$$v_y = \int_0^t a_y dt = v_{0y} + a_y t$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \vec{a} \frac{t^2}{2}$$

$$x(t) = x_0 + v_{x0} t + a_x \frac{t^2}{2}$$

$$y(t) = y_0 + v_{y0} t + a_y \frac{t^2}{2}$$

Modellus es una aplicación disponible de manera gratuita de cara a permitir que tanto alumnos como profesores ( de instituto y de universidad) puedan utilizar la matemática para crear o explotar modelos de una manera muy interactiva y sencilla.

El Modellus se utiliza para hacer una modelización en el ordenador, de cara a permitir una creación sencilla y muy intuitiva de modelos matemáticos solamente con recurso a una notación matemática estándar , por permitir la creación de animaciones con objetos interactivos que con propiedades matemáticas expresadas en el modelo, de cara a permitir la explotación de múltiples representaciones pero también permitir el análisis de datos experimentales con la forma de imágenes, animaciones, gráficos y tablas. El principal objetivo de Modellus es la modelación y el significado de los modelos.

Ya ha sido publicado en distintos idiomas (Portugués, Inglés, Español, chino, en griego,...) y tiene usuarios en todo el mundo.

<http://modellus.co/index.php/es/>

Modellus en Física y Química <http://modellusfq.blogspot.com/p/versiones-y-manuales.html>