

**Matemática Avanzadas para la Ingeniería**  
**Tarea 8 (Entrega 14 mayo)**  
**Ecuaciones diferenciales autoadjuntas**

1. Considere la ecuación hipergeométrica

$$(x^2 - x)y'' + ((1 + \alpha + \beta)x - \gamma)y' + \alpha\beta y = 0$$

Escriba esta ecuación en forma autoadjunta y muestre las restricciones que se imponen sobre los valores de  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ .

2. Considere la ecuación de Laguerre

$$xy'' + (1 + x)y' + ny = 0$$

y muestre que puede ser escrita de forma autoadjunta.

3. Considere la ecuación

$$x(x-1)y'' + \left(\frac{3}{2} - 2x\right)y' + \left(\lambda - \frac{2 + 5x - x^2}{4x(1-x)}\right)y = 0$$

con una solución  $y(x)$  finita en el intervalo  $x \in [0, 1]$

- a) Muestre que esa condición para la solución, solo es posible para algunos valores de  $\lambda$ .
- b) Encuentre las soluciones para los tres primeros valores de  $\lambda$ .
- c) Encuentre la función peso  $w(x)$  que hace posible el producto interno entre funciones soluciones
- d) Muestre que las tres primeras soluciones de esta ecuación son ortogonales entre si