

Matemática Avanzadas para la Ingeniería
Tarea 7 (Entrega 7 mayo)
Ecuaciones diferenciales de segundo orden y Soluciones por Series

1. Resuelva la ecuación inhomogénea de Airy

$$y'' - xy = e^{-x^2}$$

2. Considere la función de Bessel $J_\nu(\rho)$. Demuestre que es posible expandir cualquier función, definida en un intervalo $0 < x < b$, como una combinación lineal de funciones de Bessel tal que

$$f(\rho) = \sum_{n=0}^{\infty} C_{\nu n} J_\nu \left(\frac{\rho}{C} x_{\nu n} \right) \quad \text{con } J_\nu(x_{\nu n}) = 0 \quad \text{y} \quad C_{\nu n} = \frac{2}{b^2 J_{\nu+1}^2(x_{\nu n})} \int_0^b d\rho f(\rho) \rho J_\nu \left(\frac{\rho}{C} x_{\nu n} \right)$$

3. Considere ahora la siguiente función definida en el intervalo $0 < x < 3$

$$f(\rho) = \begin{cases} 0 & 0 < x < 1 \\ x - 1 & 1 < x < 2 \\ 1 & 2 < x < 3 \end{cases}$$

Expanda esta función tal y como indicamos a continuación y muestre en una gráfica una comparación de las particularidades de la aproximación en cada caso

- a) Series de Fourier
- b) Funciones de Bessel de orden cero $J_0(x)$
- c) Funciones de Bessel de orden uno $J_1(x)$
- d) Funciones de Bessel de orden dos $J_2(x)$